

1. Aus den Ziffern 0 bis 9 sollen 3 Ziffern ausgewählt werden. $\rightarrow n = 10, k = 3$
Berechnen Sie

a) die Anzahl der Variationen mit und ohne Wiederholung

$$\rightarrow V_3^W(10) = 10^3 = \underline{1000} \qquad V_3(10) = \frac{10!}{7!} = \underline{720}$$

b) die Anzahl der Kombinationen mit und ohne Wiederholung

$$\rightarrow C_3^W(10) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = \underline{220} \qquad C_3(10) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \underline{120}$$

c) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle 3 Ziffern verschieden sind

$$\rightarrow \text{Ereignis } E = \{ \text{alle 3 Ziffern sind verschieden} \} \rightarrow |E| = V_3(10) = 720$$

$$\rightarrow \text{Ergebnismenge } \Omega = \{ \text{alle Zahlen mit 3 Ziffern} \} \rightarrow |\Omega| = V_3^W(10) = 1000$$

$$\rightarrow \underline{P(E) = 72\%}$$

d) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle 3 Ziffern gleich sind!

$$\rightarrow \text{Ereignis } G = \{ \text{alle 3 Ziffern sind gleich} \} \rightarrow |G| = 10 \rightarrow \underline{P(G) = 1\%}$$

2. Aus den Großbuchstaben des Alphabetes soll jeweils eine Zeichenkette aus 8 Großbuchstaben gebildet werden. Berechnen Sie

a) die Anzahl der Variationen mit und ohne Wiederholung

$$\rightarrow V_8^W(26) = 26^8 \approx \underline{2,1 \cdot 10^{11}} \qquad V_8(26) = \frac{26!}{18!} \approx \underline{6,3 \cdot 10^{10}}$$

b) die Anzahl der Kombinationen mit und ohne Wiederholung

$$\rightarrow C_8^W(26) = \binom{33}{8} = \frac{33!}{8! \cdot 25!} \approx \underline{1,4 \cdot 10^7} \qquad C_8(26) = \binom{26}{8} = \frac{26!}{8! \cdot 18!} \approx \underline{1,6 \cdot 10^6}$$

c) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle 8 Großbuchstaben verschieden sind

$$\rightarrow \text{Ereignis } E = \{ \text{alle 8 Buchstaben sind verschieden} \} \rightarrow |E| = V_8(26) \approx 6,3 \cdot 10^{10}$$

$$\rightarrow \text{Ergebnismenge } \Omega = \{ \text{alle Zeichenketten mit 8 Buchstaben} \} \rightarrow V_8^W(26) \approx 2,1 \cdot 10^{11}$$

$$\rightarrow \underline{P(E) \approx 30,16\%}$$

d) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle 8 Großbuchstaben gleich sind!

$$\rightarrow \text{Ereignis } G = \{ \text{alle 8 Buchstaben sind gleich} \} \rightarrow |G| = 26 \rightarrow \underline{P(G) = \frac{1}{26^7} \approx 1,25 \cdot 10^{-10}}$$

3. Ein Passwort soll aus 8 Zeichen bestehen. Als Zeichen können verwendet werden: Groß- und Kleinbuchstaben, Ziffern und 12 Sonderzeichen, z.B. + - * / \ = () [] { } $\rightarrow n = 74, k = 8$

a) Wie viele verschiedene Passwörter kann man mit diesem Zeichensatz bilden?

$$\rightarrow \underline{|\Omega| = 74^8 \approx 9,0 \cdot 10^{14}}$$

b) Wie lange würde es dauern, alle Passwortmöglichkeiten zu testen, wenn wir annehmen, dass ein 4-GHz-Rechner mittels eines Hackerprogramms pro Takt ein Passwort testen könnte.

$$\rightarrow \text{ges.: } t \text{ mit } 4\text{GHz} \approx 4 \cdot 10^9 \text{ } \frac{1}{\text{s}} \rightarrow t = \frac{9 \cdot 10^{14}}{4 \cdot 10^9} \approx 2,25 \cdot 10^5 = \underline{225.000\text{s} = 62,5\text{h}}$$

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Passwort nur aus Ziffern besteht?

$$\rightarrow \text{Ereignis } E = \{ \text{Zeichenkette nur aus 8 Ziffern} \} \rightarrow |E| = V_8^W(10) = 10^8$$

$$\rightarrow P(E) = \left(\frac{10}{74}\right)^8 \approx 0,135^8 \approx \underline{1,1 \cdot 10^{-7}}$$

4. Aus einem Skatblatt (32Karten) sollen 6 Karten gezogen werden. $\rightarrow n = 32, k = 6$

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es?

$$\rightarrow \text{ungeordnet, ohne Wdhg.} \rightarrow C_6(32) = \binom{32}{6} = \frac{32!}{6!26!} = \underline{\underline{906.192}}$$

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle 6 Karten von einer Farbe sind?
(Insgesamt 4 Farben zu je 8 Karten)

$$\rightarrow \text{Anzahl für eine der 4 Farben: } C_6(8) = \binom{8}{6} = \frac{8!}{6!2} = 28$$

$$\rightarrow P = \frac{4 \cdot 28}{906.192} \approx \underline{\underline{1,2 \cdot 10^{-4}}}$$

5. Ein Doppelkopfblatt erhält man, wenn man 2 Skatblätter ohne 7 und 8 zusammenlegt. Man erhält also 48 Karten, wobei jede doppelt auftritt. Jeder der 4 Spieler erhält somit 12 Karten.

a) Wie viele Möglichkeiten für einen Spieler ergeben sich?

$$\rightarrow \text{ungeordnet, ohne Wdhg.} \rightarrow C_{12}(48) = \binom{48}{12} = \frac{48!}{12!36!} \approx \underline{\underline{6,97 \cdot 10^{10}}}$$

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler Karten von nur einer Farbe hat?

$$\rightarrow \text{Anzahl für eine der 4 Farben: } C_{12}(12) = 1$$

$$\rightarrow P = \frac{4}{6,97 \cdot 10^{10}} \approx \underline{\underline{5,7 \cdot 10^{-11}}}$$